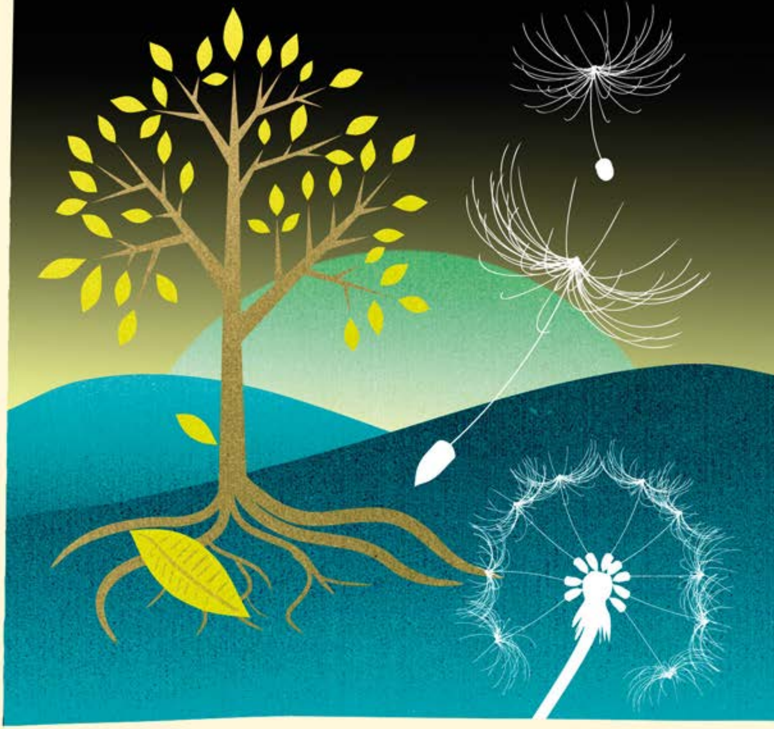
Aperçu

edp sciences

# LES FRACTALES
## EN IMAGES



NIGEL LESMOIR-GORDON, WILL ROOD & RALPH EDNEY

→ Aperçu

# LES FRACTALES

NIGEL LESMOIR-GORDON, WILL ROOD & RALPH EDNEY

edp sciences

**Dans la même collection :**

*Les statistiques en images,* 2016, ISBN : 978-2-7598-1770-2

*L'infini en images,* 2016, ISBN : 978-2-7598-1771-9

*Stephen Hawking en images,* 2016, ISBN : 978-2-7598-1966-9

*L'intelligence artificielle en images,* 2015, ISBN : 978-2-7598-1772-6

*Les mathématiques en images,* 2015, ISBN : 978-2-7598-1737-5

*La génétique en images,* 2015, ISBN : 978-2-7598-1767-2

*La logique en images,* 2015, ISBN : 978-2-7598-1748-1

*La relativité en images,* 2015, ISBN : 978-2-7598-1728-3

*Le temps en images,* 2014, ISBN : 978-2-7598-1228-8

*La théorie quantique en images,* 2014, ISBN : 978-2-7598-1229-5

*La physique des particules en images,* 2014, ISBN : 978-2-7598-1230-1

*La psychologie en images,* 2014, ISBN : 978-2-7598-1231-8

**Édition originale : Fractals, © Icon Books Lts, London, 2013.**
**Traduction : Alan Rodney - Relecture : Gaëlle Courty**

Imprimé en France par Présence Graphique, 37260 Monts
Mise en page de l'édition française : studiowakeup.com

**ISBN : 978-2-7598-1769-6**

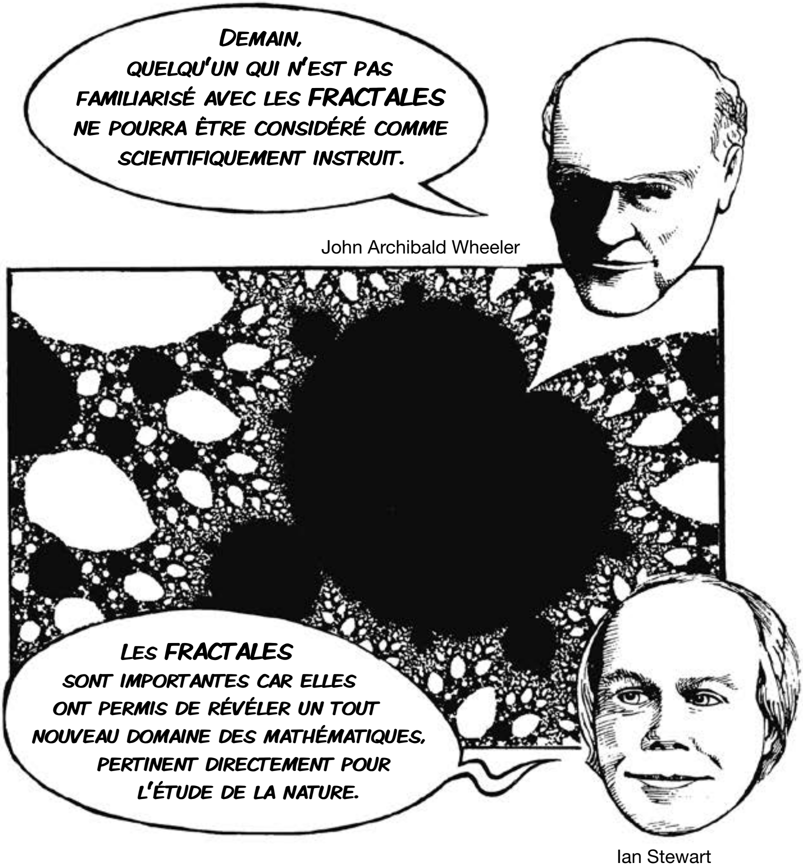
Tous droits de traduction, d'adaptation et de reproduction par tous procédés, réservés pour tous pays. La loi du 11 mars 1957 n'autorisant, aux termes des alinéas 2 et 3 de l'article 41, d'une part, que les « copies ou reproductions strictement réservées à l'usage privé du copiste et non destinés à une utilisation collective », et d'autre part, que les analyses et les courtes citations dans un but d'exemple et d'illustration, « toute représentation intégrale, ou partielle, faite sans le consentement de l'auteur ou de ses ayants droit ou ayants cause est illicite » (alinéa 1er de l'article 40). Cette représentation ou reproduction, par quelque procédé que ce soit, constituerait donc une contrefaçon sanctionnée par les articles 425 et suivants du code pénal.

**© EDP Sciences, 2016**

## Pourquoi les fractales sont-elles importantes ?

**John Archibald Wheeler** [1911–2008], protégé du pionnier de la physique quantique Niels Bohr et ami d'Albert Einstein, a toujours été à l'avant-garde de la physique, de la cosmologie et de la théorie quantique du XXe siècle. **Ian Stewart** est un professeur renommé de mathématiques de l'université de Warwick en Angleterre.

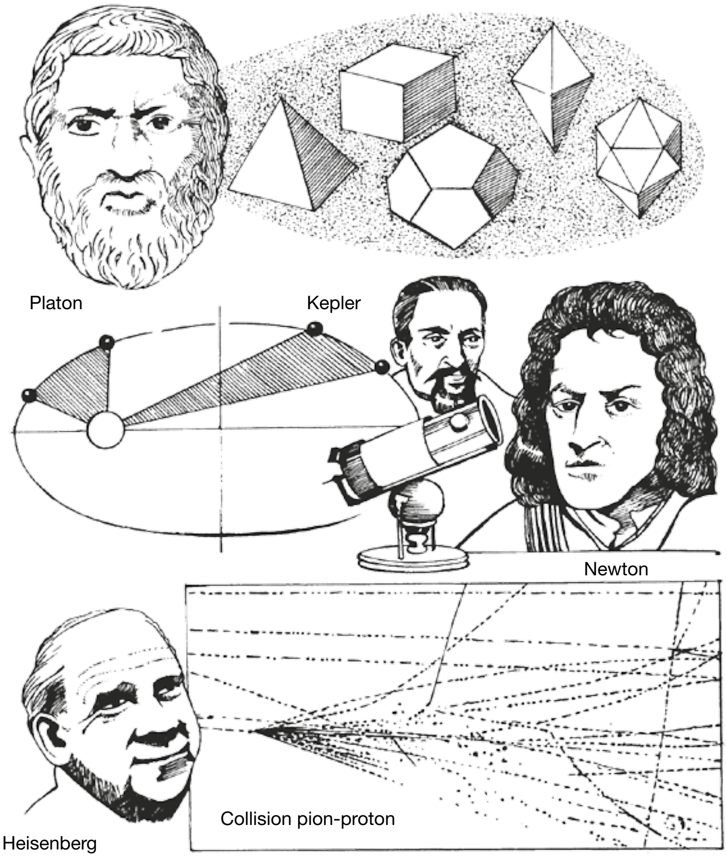
Ils font partie des nombreux scientifiques qui s'accordent à penser que la géométrie fractale représente un progrès majeur ayant contribué à notre compréhension de la réalité.



## Un monde lisse ou rugueux?

*Platon avait cherché à expliquer la nature au moyen de cinq formes solides régulières. Newton et Kepler ont tordu le cercle de Platon en ellipse. La science moderne a étudié les formes de Platon en termes de particules et d'ondes, et a généralisé les courbes de Newton et Kepler en termes de probabilités relatives – toujours sans aucun «bord rugueux». Aujourd'hui, plus de deux mille ans après Platon, presque trois siècles après Newton, Benoît Mandelbrot a réalisé une découverte qui se place au même rang que les lois du mouvement régulier.*

Professeur Eugene Stanley, Centre d'études des polymères, Département de physique, université de Boston.




Le monde dans lequel nous vivons ne présente pas naturellement de bords lisses. En revanche, le monde réel a été façonné avec des bords irréguliers. Les surfaces lisses constituent une exception dans la nature. Et pourtant, nous avons accepté une géométrie qui ne décrit que des formes que nous ne rencontrons que rarement – voire jamais – dans le monde réel. La géométrie euclidienne décrit des formes idéales – la sphère, le cercle, le cube, le carré. Ces formes-là existent dorénavant dans notre quotidien, mais elles sont pour la plupart artificielles et non naturelles.

## La texture de la réalité

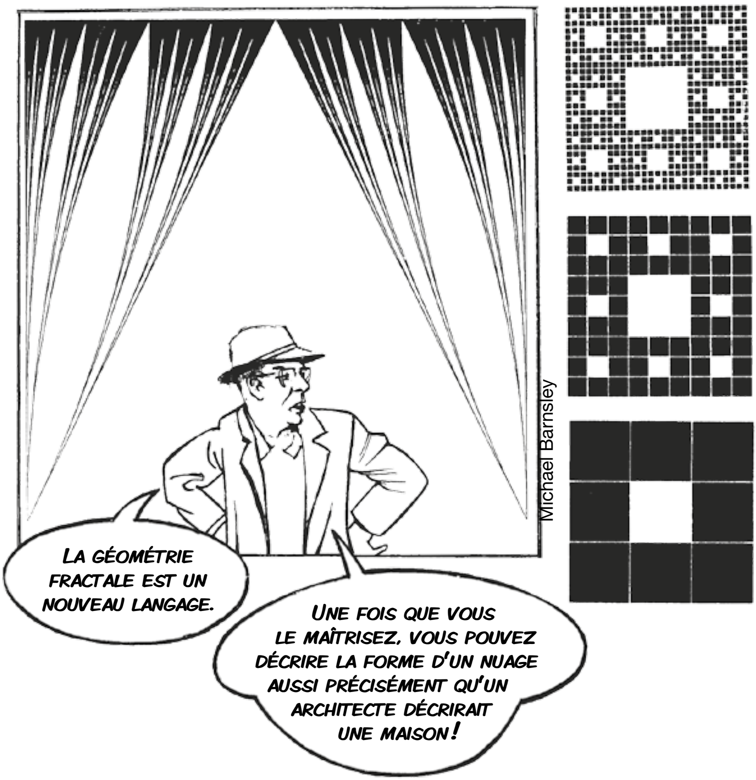
La nature offre des formes non uniformes et des bords inégaux. Prenons la forme humaine. Elle présente une certaine symétrie, mais elle est, et a toujours été, indescriptible en termes de géométrie euclidienne. Ce n'est pas une forme uniforme. Ce qui pose problème. Il manquait, jusque très récemment, dans les outils scientifiques, un moyen de décrire les formes et objets du monde réel.


Le mot «fractal» a été inventé en 1975 par **Benoît Mandelbrot** [1924–2010], mathématicien polonais franco-américain, pour désigner des formes qui peuvent être détaillées à n'importe quelle échelle. Pour cela, il a emprunté la racine latine **fractus**, qui s'applique à ce qui est fragmenté, cassé ou discontinu.

La géométrie fractale est la géométrie des formes irrégulières que nous observons dans la nature ; en général, les fractales se caractérisent par des détails infinis, une longueur infinie et par **l'absence de régularité**.

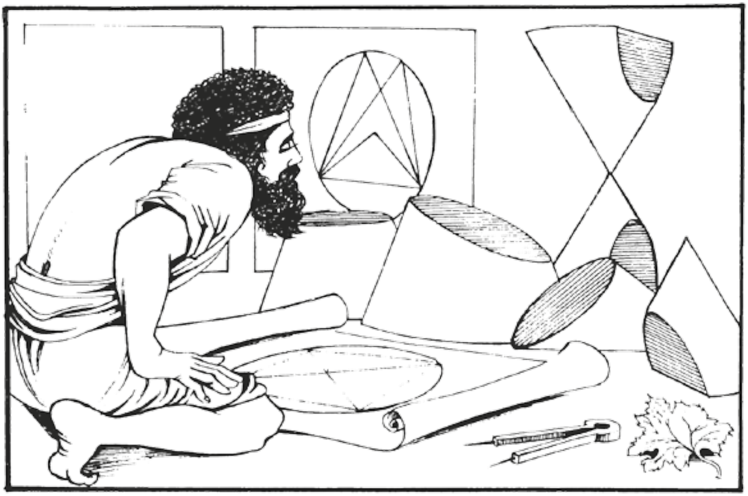
## L'origine des fractales

La géométrie fractale est une extension de la géométrie classique. Elle ne remplace pas la géométrie classique, mais l'enrichit et en élargit les pouvoirs. En se servant d'ordinateurs, nous pouvons utiliser la géométrie fractale pour modéliser avec précision des structures physiques – qui vont des formes des coquillages à celles des galaxies.

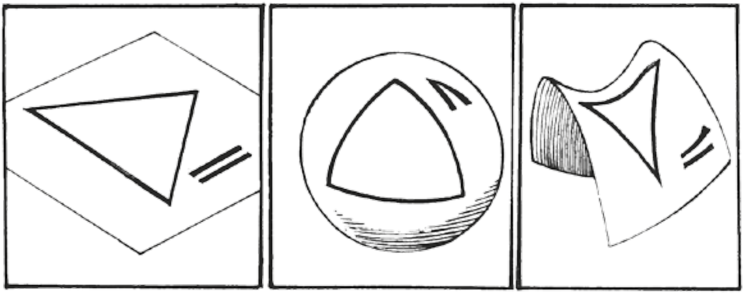



Nous allons maintenant retracer le développement historique de cette discipline mathématique et explorer ses pouvoirs de description dans le monde « naturel », puis nous examinerons ses applications en sciences et en technologie, ainsi que les implications de cette découverte.

## La géométrie classique



**Euclide d'Alexandrie** [environ 300 avant J.-C.] a posé les règles qui devaient définir la géométrie pour les milliers d'années à venir. Les formes qu'il a étudiées – les droites et les cercles – expliquaient si bien l'Univers que les scientifiques ne voyaient plus leurs limites et ont dénoncé tout schéma allant à l'encontre de celui d'Euclide comme étant « contre-intuitif », voire « pathologique ».



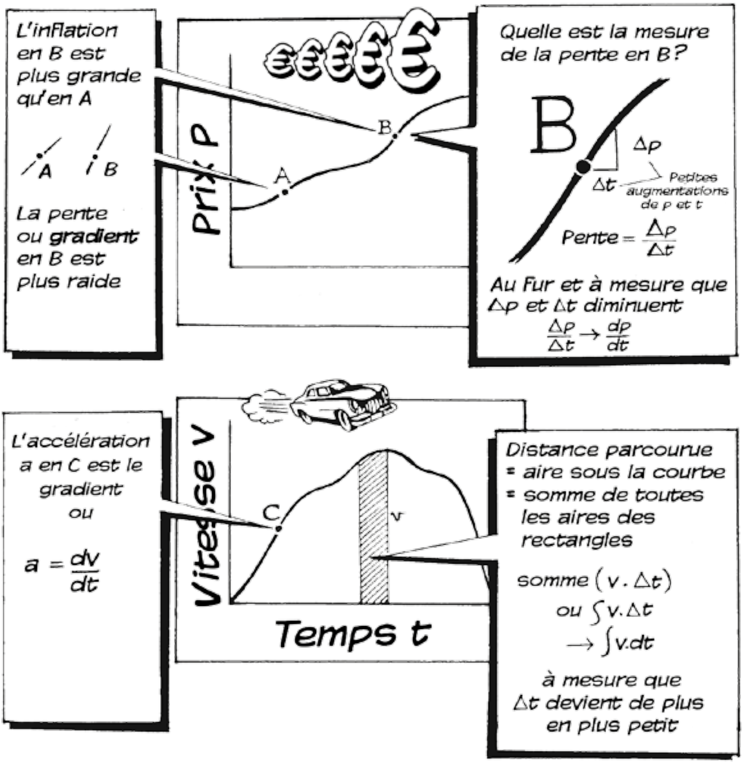
Un courant stable et sous-jacent d'idées, ayant commencé au XIXe siècle avec les découvertes de **Karl Weierstrass** [1815–1897], **Georg Cantor** [1845–1918] et **Henri Poincaré** [1845–1912], a mené inexorablement à la création d'une nouvelle sorte de géométrie, possédant la capacité de décrire les aspects du monde que ne pouvait exprimer le langage basique d'Euclide.

# Le calcul différentiel

**Johannes Kepler** [1571–1630] fut le premier à se rendre compte que les planètes ne tournaient pas autour du Soleil en cercles parfaits, mais sur des orbites elliptiques. **Edmond Halley** [1656–1742] avait deviné que ces orbites pouvaient s'expliquer par une analogie avec la lumière, en utilisant une loi des carrés inverses.


**Sir Isaac Newton** [1642–1727] a développé une nouvelle méthode de raisonnement basée sur l'idée de quantités infimes, les infinitésimaux, qui lui ont permis de dompter les mouvements complexes de projectiles et de planètes, menant à sa célèbre théorie de la gravitation universelle. Cette approche, le calcul différentiel, a été conçue simultanément par Newton et **Gottfried Wilhelm Leibniz** [1646–1716]. Leibniz a développé la formulation la plus claire du calcul différentiel, dont la notation est toujours employée de nos jours.

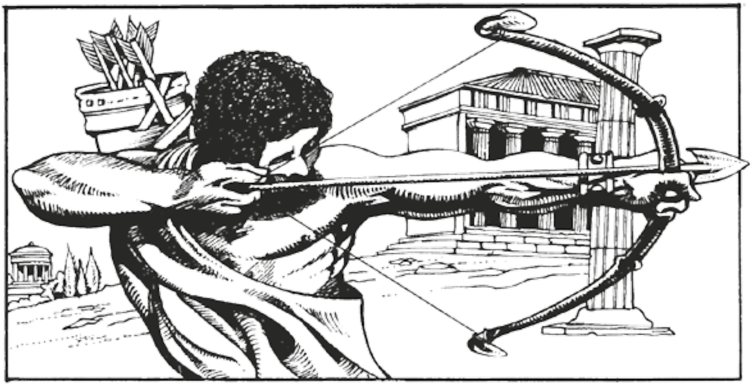
Les deux outils du calcul différentiel sont **la différentiation** et **l'intégration**. La différentiation donne la dérivée, ou taux de change, d'une variable. C'est le taux de change qui est la clef de la méthode. Par exemple, l'inflation est le taux de change des prix : la première dérivée des prix moyens. Le taux de change d'une position par rapport au temps représente la vitesse : la première dérivée d'une position. La seconde dérivée d'une position, le taux de change de la vitesse, est appelée accélération.




L'intégration est l'opération inverse. Les futures valeurs d'une variable peuvent être calculées en intégrant, ou en additionnant, son taux de change à chaque instant. On peut analyser des systèmes contrôlés par des forces physiques comme la gravité selon leur taux de change. La combinaison de ces changements définit l'évolution du système.

## Le paradoxe des infinitésimaux

La théorie de Newton sur les infinitésimaux est pleine de paradoxes. La question de l'infinie divisibilité de l'espace intrigue les philosophes depuis des milliers d'années.



**Zénon d'Élée** [environ 490–425 avant J.-C.] avait imaginé une flèche en vol vers une cible.

Avant que la flèche n'atteigne sa cible, elle doit d'abord atteindre le point milieu du trajet.

Et avant cela, elle doit atteindre le point milieu de la première moitié du trajet

… et ainsi de suite. C'est un raisonnement *ad infinitum*

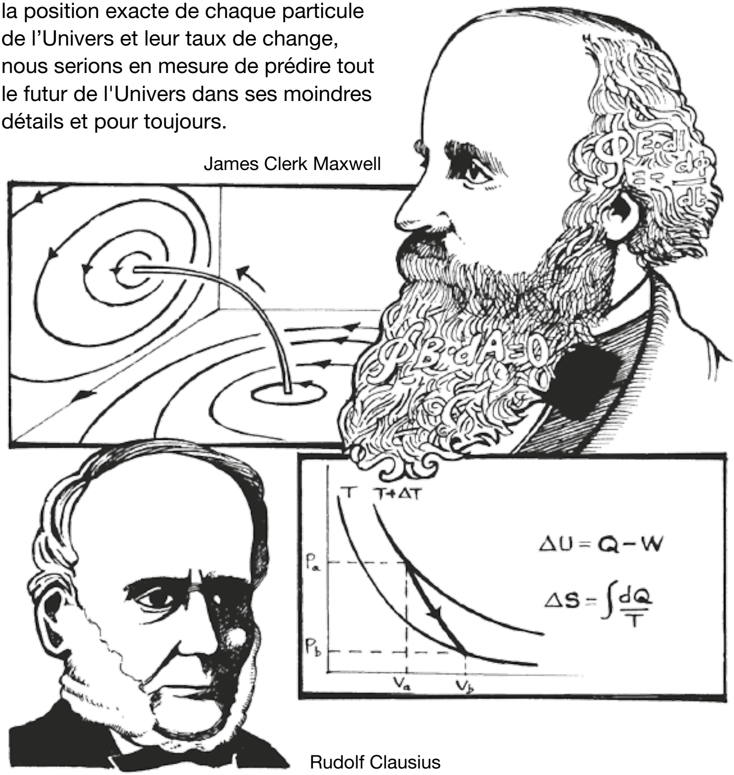
impliquant apparemment que la flèche ne peut jamais quitter son point de départ.

Zénon avait déduit la nature paradoxale du mouvement dans l'espace.

Il a fallu attendre les efforts du Français **Augustin Louis Cauchy** [1789–1857] et de son élève allemand Karl Weierstrass pour éliminer le concept des infinitésimaux. Jusque-là, il était probable que l'édifice entier des mathématiques appliquées avait été fondé sur une contradiction.

## Les effets du calcul différentiel

Malgré l'absence d'une justification théorique solide, le calcul différentiel a connu un grand succès. Les trois lois de Newton et les équations électromagnétiques de **James Clerk Maxwell** [1831–1879] sont issues de cette découverte d'envergure. Les sciences physiques en ont été transformées. Il était alors supposé que tous les phénomènes pouvaient être compris et expliqués par ces nouvelles techniques. **Pierre-Simon Laplace** [1749–1827] affirmait que connaissant la position exacte de chaque particule de l'Univers et leur taux de change, nous serions en mesure de prédire tout le futur de l'Univers dans ses moindres détails et pour toujours.



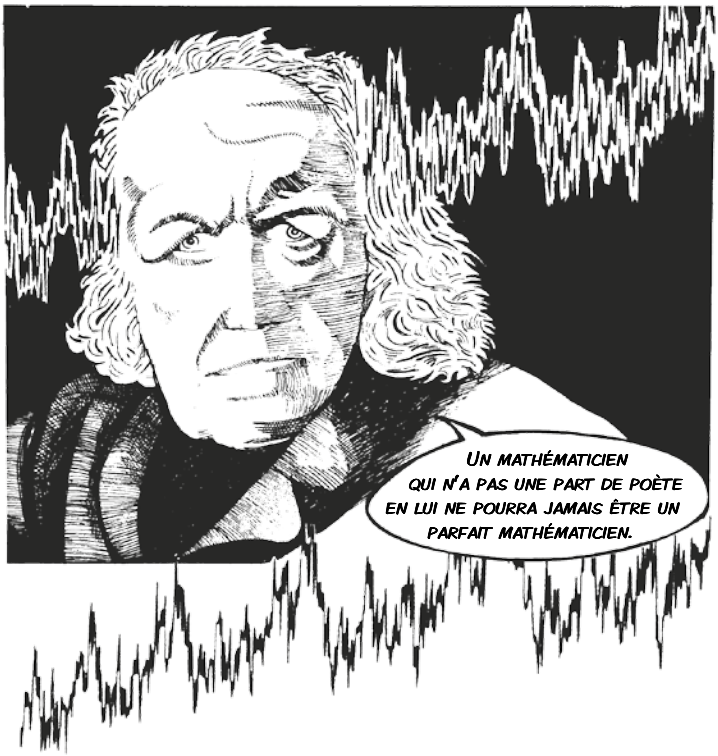

James Clerk Maxwell

Rudolf Clausius

Les méthodes propres au calcul différentiel s'appliquent partout où une courbe est **lisse**. On pensait que toute courbe avec des inflexions ou des nœuds pouvait être subdivisée en des courbes lisses distinctes qui se prêteraient alors au calcul différentiel. L'idée que n'importe quelle courbe pouvait ne contenir que des points d'angle isolés n'a jamais été remise en question.

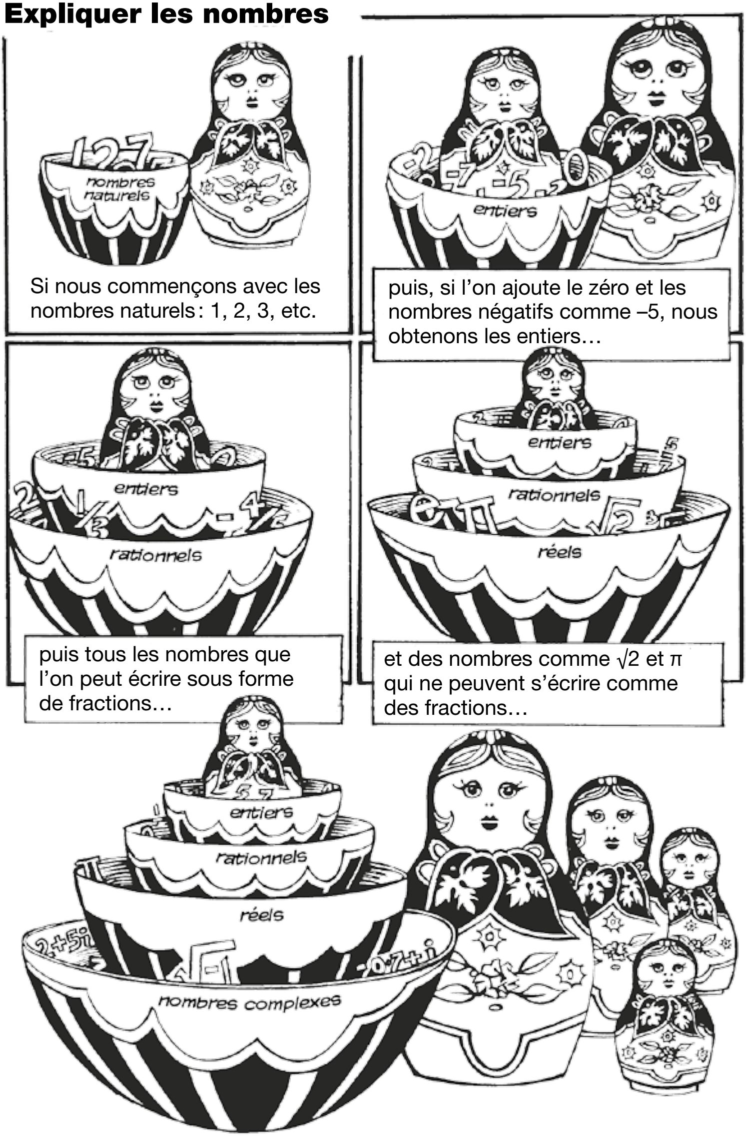
## La première fractale

La première fractale mathématique a été découverte en 1861. Karl Weierstrass fut ravi de trouver des défauts dans les arguments de ses confrères. Sa propre quête de rigueur absolue l'avait amené à découvrir une fonction continue qui ne pouvait nullement se prêter à un calcul différentiel : à savoir une courbe constituée *uniquement d'angles*. Il était simplement impossible de définir un taux de change à quelque point que ce soit. Il n'y avait aucune régularité où que ce soit. La découverte constituait un choc pour les scientifiques de son époque.




On pensait alors que la fonction de Weierstrass était une aberration, un produit « pathologique » de l'esprit humain et que rien de semblable ne pouvait exister dans la nature. Weierstrass et Cauchy ont développé une nouvelle branche des mathématiques appelée **analyse**. L'analyse a tenté d'insuffler une nouvelle rigueur aux mathématiques. On recherchait des définitions précises des nombres et de la continuité.

# Expliquer les nombres




et, enfin, si l'on ajoute les nombres qui se combinent avec √–1, on finit avec l'ensemble le plus étendu, celui des nombres complexes.

## De solides fondations et les ensembles

Les mathématiciens ont toujours recherché des bases solides pour asseoir leur discipline. L'analyse a montré comment toutes les mathématiques pouvaient être expliquées en termes de simples nombres entiers. Mais est-ce que les nombres mêmes pouvaient être réduits à de la pure logique ? Il y a eu plusieurs tentatives dans ce sens, basées sur le concept des ensembles.


Toutes les mathématiques peuvent être exprimées sous forme d'ensembles. Par exemple, on peut voir simplement les nombres comme des propriétés d'ensembles. Trois est le facteur commun à tous les ensembles contenant trois membres.

## Que sont les ensembles ?

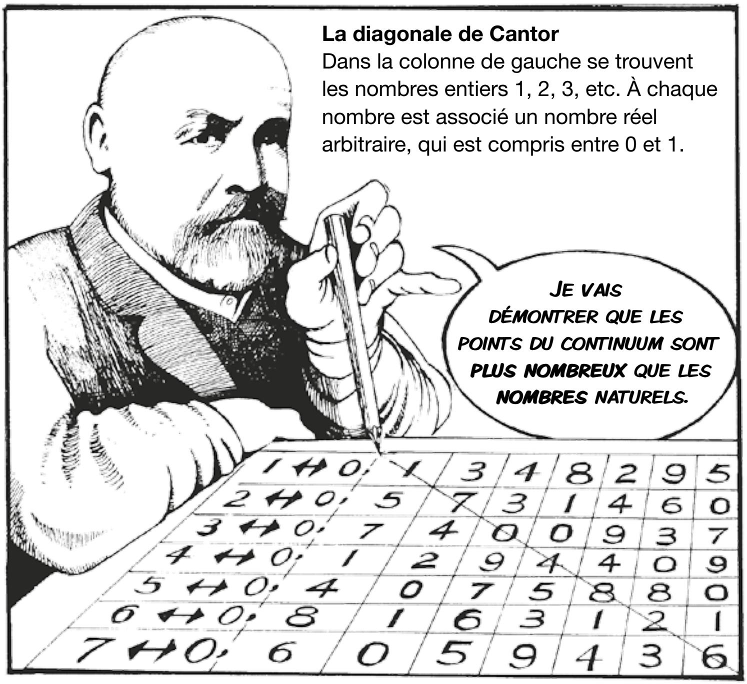
Un ensemble est une collection de choses que l'on traite comme un seul objet. Soit dit en passant, cette définition exclut des idées autocontradictoires telles que « l'ensemble de tous les ensembles » ! Les ensembles peuvent contenir d'autres ensembles mais ne peuvent se contenir eux-mêmes. **Bertrand Russell** [1872–1970], dans son célèbre paradoxe, a souligné les dangers d'autoriser les ensembles se contenant eux-mêmes.


Il est intéressant de noter que le mot anglais pour ensemble, « set », possède plus de significations distinctes que tout autre mot dans cette langue. L'*Oxford English Dictionary* en donne 126 définitions différentes, dont nombre d'entre elles se réfèrent à des groupes ou à des collections d'objets. (À l'inverse, le mot *Mandelbrot* n'a qu'un seul sens, quelle que soit la langue, à savoir « pain d'amande ».)

## Cantor et le continuum…

Un obstacle de taille était le concept de l’infini. Il nécessitait un acte de foi que nombre de mathématiciens n’étaient pas prêts à faire.

Georg Cantor, l’un des pionniers de la théorie moderne des ensembles, a commencé ses travaux avec un problème qui devait le contrarier le reste de sa vie : la nature du **continuum**. Le continuum est l’espace idéal divisible infiniment conceptuellement nécessaire pour échafauder une théorie du changement continu.

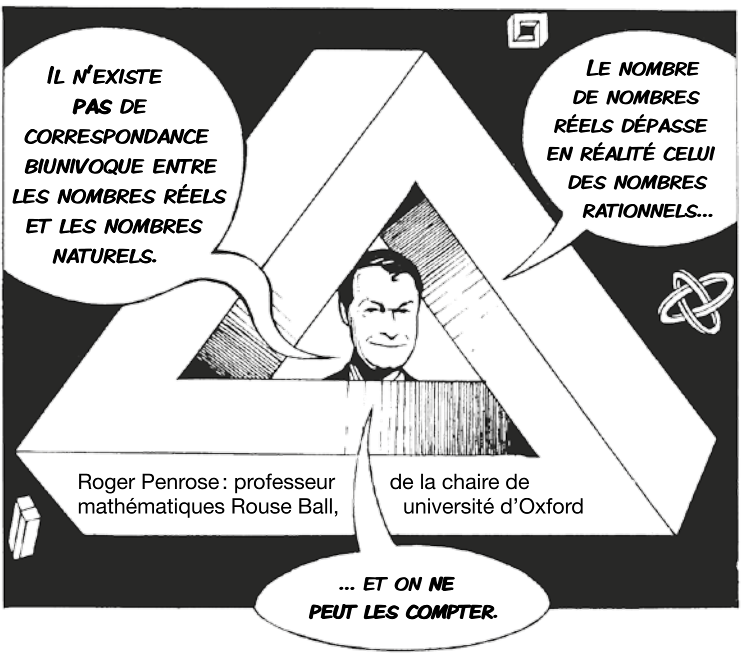



Existe-t-il plus de nombres réels que d’entiers ? Quel que soit le nombre réel sur la partie droite du tableau, ne pouvons-nous pas trouver un entier à placer en vis-à-vis, dans la mesure où il y a un nombre infini d’entiers ? Pour répondre, regardons le nombre réel qui apparaît dans la diagonale. Il s’agit de 0,170 482 6…

Modifions-le en soustrayant une unité de chacun des chiffres. Il devient alors 0,069 371 5…

Ce nombre n’apparaîtra nulle part dans la liste car il diffère par au moins une place décimale de tous les autres nombres réels qui sont visibles ici. Par conséquent, il y a plus de réels que d’entiers.

L’argument de Cantor impliquait l’existence de *différents types d’infini*. Il a développé par la suite toute une nouvelle théorie sur l’arithmétique transfinie, persuadé qu’il avait découvert un nouveau principe puissant de réalité ayant de profondes implications physiques et spirituelles.




Roger Penrose : professeur de la chaire de mathématiques Rouse Ball, université d’Oxford

# Biographies

**Nigel Lesmoir-Gordon** a créé sa première société de production, Green Back Films, en 1976 et a travaillé pour Donovan, Pink Floyd, 10cc, Squeeze, Rainbow, Joe Cocker, Big Country et Wings. Il a rejoint par la suite l'équipe créative de l'Agence gouvernementale de l'information britannique (COI), a écrit et dirigé les séries documentaires pour la télévision internationale *This Week in Britain* [*Cette semaine au Royaume-Uni*] et *Living Tomorrow* [*Vivre demain*]. Ses œuvres incluent une série de films très appréciés sur la Royal Air Force, *Saving the Children* [*Sauver les enfants*], un documentaire sur les femmes qui travaillent pour des œuvres de charité pour enfants, *The Bobby Charlton Story* et la série *Whatever You Want* pour Channel Four de la BBC. En 1995, il a produit le documentaire primé *The Colours of Infinity* [*Les couleurs de l'infini*], présenté par Sir Arthur C. Clarke, sur la découverte de l'ensemble de Mandelbrot et le développement de la géométrie fractale. Ce documentaire a été diffusé jusque-là dans une douzaine de pays à travers le monde. Il vient de terminer *Is God a Number ?* [*Dieu est-il un nombre ?*], un documentaire qui explore les mystères de la conscience et quelques découvertes remarquables réalisées récemment en mathématiques.

**Will Rood** s'est vu décerner le Senior Optime en mathématiques par l'université de Cambridge, où il avait obtenu son diplôme de master en 1992 pour ses recherches sur la théorie des ensembles transfinis. L'année précédente, il avait lancé une société de design et de logiciels, SoundNatureVision, qui produit de la musique influente et des progiciels graphiques pour le système d'exploitation RISC-OS. Programmant en langage assembleur, il a commencé à explorer le monde étrange et beau des fractales et des automates cellulaires qui prennent vie au travers de son application d'affichage étonnamment adaptable ! NatureVision. Ses animations fractales ont embelli de nombreux documentaires télévisuels, figurant largement dans ceux de Nigel Lesmoir-Gordon, tels que *The Colours of Infinity* et *Is God a Number ?* et dans le programme *Equinox* de Channel Four, de même que dans des vidéos d'artistes aussi variées que *The Infinity Project*, *Mike Scott* et *Star Sounds Orchestra*. Ses œuvres ont orné de nombreuses revues, pochettes de disques, affiches et T-shirts. *Infinit*, une exploration visuelle de la géométrie fractale, est sorti en vidéo en 1997. Will Rood est aussi éditeur scientifique pour le magazine *Dream Creation* et consultant pour le projet Imax de Ron Fricke, *The Infinite Journey* [*Le voyage infini*].

**Ralph Edney** est l'auteur de deux romans graphiques et l'illustrateur de *Philosophy for Beginners* [*La philosophie pour les nuls*]. Il est aussi dessinateur, illustrateur et mordu de cricket.

# Index


## A

Accélération **11**
Agrégation, cf. DLA
Agrégation limitée (diffusion), cf. DLA
Alexandre, Avian **127**
Algorithme **55**
Analyse **14**
Antennes de portable **126**
Architecture **162–165**
Art **154–160**
Art islamique **156**
Attracteur (Lorenz) **94**
Attracteurs étranges **45**, **48–49**
Auto-affinité **148**
Autosimilarité **25**, **28**, **148**
Avions et turbulences **126**

## B

Bactéries **115**
Battements du cœur **120**
Big Bang **136–139**
Bouddhique (art) **154–155**
Bourbaki (groupe) **78**
Brownien (mouvement) **107**

## C

Calcul différentiel **10**, **13**
Cancer **117–118**
Cantor (ensemble de) **20–21**, **24–25**, **27**, **81–84**, **88**
Cantor, Georg **9**, **18–21**
Cartographie (Julia) **90**
Cauchy, Augustin **12**, **14**
Cayley, Arthur **99**
Cerveau humain **111–113**
Chaos (théorie) **54**, **61**, **94**
Ciel nocturne **132**
Clarke, Arthur C. **156**, **168**
Compression d'images **140**
Comptage de boîtes (méthode) **30**
Continuum **18**
Corps humain **108–113**, **139–141**
Côtes (mesure) **34–35**
Courbe (coins) **14**
Courbe (de Koch) **26–29**, **37**, **81–82**
Courbe (remplissage) **22–23**
Courbes et calcul différentiel **13**
Culture africaine **166–167**

## D

Dérivées **11**
Diagonale (coupe) **18**
Différentiation **11**
Dimension **24**
Dimension de similarité **28**
Dimension topologique **23**
DLA **104–106**
Digitation visqueuse **104**

## E

Écologie **128–129**
Ensemble de Julia (dendrites) **89**
Ensemble de Mandelbrot **90–93**, **96–100**
Ensemble parfait **21**
Ensembles de Julia **71**, **86–93**, **99**
Escher, Maurits **38**
Étoiles **132**, **134**
Euclide **9**, **25**

## F

Failles géologiques **122–123**
Fatou, Pierre **70–72**
Feigenbaum (constante) **64–66**
Feigenbaum (point de) **60**
Feigenbaum, Mitchell **64**, **99**
Feux de forêt **102**
Figuier **60**
Flocon de neige **28**
Ford, Joseph **55**
Foule (mouvements) **130–131**
Fournier, Jac **133**
Fractale (compression d'images) **140**
Fractale (dimension) **28–41**
Fractale (formes, nature) **4–6**, **41**
Fractale (géométrie) **7**
Fractale (origine) **7**
Fractale (première) **14–21**
Fractale en orchidée **131**
Fractales (avions) **126**
Fractales (corps humain) **108–120**
Fractales (dans l'art) **154–160**
Fractales (dans la nature) **101–102**, **128–138**
Fractales (en architecture) **162–165**
Fractales (en musique) **161**
Fractales (industries) **121–127**
Fractales (marchés financiers) **146–155**
Fractales (origine) **8**
Fractales (recherche sur le Sida) **116**
Fractales (règles) **134**
Fractures osseuses **119**

## G

Galaxies (amas) **213–214**
Gaudí, Antoni **163**
Geller, Margaret **134**
Génératrices **150**
Géométrie classique **9**
Géométrie fractale **7**
Gödel, Kurt **63**
Grand Mur **134**