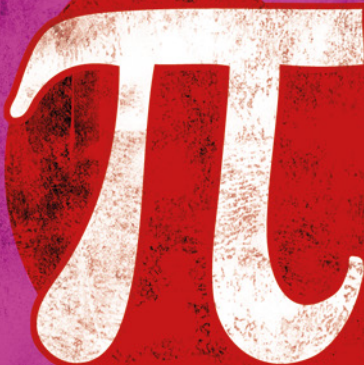


→ **Ap̣eṛçu**

edp sciences

LES MATHÉMATIQUES EN IMAGES



ZIAUDDIN SARDAR, JERRY RAVETZ & BORIN VAN LOON

→ **Ap̈erçu**

LES MATHÉMATIQUES

ZIAUDDIN SARDAR, JERRY RAVETZ & BORIN VAN LOON

edp sciences

Dans la même collection :

La génétique, 2015, ISBN: 978-2-7598-1767-2

La logique, 2015, ISBN: 978-2-7598-1748-1

La relativité en images, 2015, ISBN: 978-2-7598-1728-3

Le temps en images, 2014, ISBN: 978-2-7598-1228-8

La théorie quantique en images, 2014, ISBN: 978-2-7598-1229-5

La physique des particules en images, 2014, ISBN: 978-2-7598-1230-1

La psychologie en images, 2014, ISBN: 978-2-7598-1231-8

Édition originale : Mathematics, © Icon Books Ltd, London, 2011.

Traduction : Alan Rodney

Imprimé en France par Présence Graphique, 37260 Monts

Mise en page de l'édition française : studiowakeup.com

ISBN: 978-2-7598-1737-5

Tous droits de traduction, d'adaptation et de reproduction par tous procédés, réservés pour tous pays. La loi du 11 mars 1957 n'autorisant, aux termes des alinéas 2 et 3 de l'article 41, d'une part, que les « copies ou reproductions strictement réservées à l'usage privé du copiste et non destinées à une utilisation collective », et d'autre part, que les analyses et les courtes citations dans un but d'exemple et d'illustration, « toute représentation intégrale, ou partielle, faite sans le consentement de l'auteur ou de ses ayants droit ou ayants cause est illicite » (alinéa 1^{er} de l'article 40). Cette représentation ou reproduction, par quelque procédé que ce soit, constituerait donc une contrefaçon sanctionnée par les articles 425 et suivants du code pénal.

© EDP Sciences, 2015

POURQUOI S'INTÉRESSER AUX MATHÉMATIQUES ?

Rien qu'en entendant le mot « maths », tout le monde gémit. Les gens pensent que le monde est peuplé de deux sortes de personnes. Les « fûtes », qui comprennent les mathématiques mais ne sont pas exactement ceux dont on aimerait faire la connaissance à une fête...



Mais nous tous avons besoin de comprendre un peu les mathématiques.
Sans elles, la vie ne serait pas concevable.





Ce qui est sûr, c'est que les mathématiques nous guident dans le monde où nous vivons, celui que nous «formons» et modifions et dont nous faisons partie. Et puisque ce monde devient de plus en plus complexe, que les incertitudes de l'environnement deviennent de plus en plus urgentes et menaçantes, nous avons besoin des mathématiques pour mieux appréhender ces risques et pour mettre en place des solutions.

La capacité d'aborder les mathématiques ne requiert pas de talents spéciaux ou des compétences particulières – c'est exactement comme pour tout autre champ d'activités humaines, telle la danse. Un peu comme une performance de ballet, complexe et exquise à la fois, une démonstration de mathématiques peut être sophistiquée et belle à la fois.

Mais même si la plupart d'entre nous ne deviendrons jamais des artistes chevronnés du ballet, nous savons tous ce qu'est la danse, et d'ailleurs pratiquement tout le monde sait danser, du moins un peu.

De même, nous devrions tous savoir un peu à quoi ressemblent les mathématiques et être capables d'aborder et d'exécuter certaines opérations de base.



COMPTER



DANS UNE
CERTAINE MESURE,
NOS MATHÉMATICIENS EN
HERBE MARCHENT DANS LES
TRACES DE L'HUMANITÉ POUR
LE DÉVELOPPEMENT DE
NOS CONNAISSANCES
MATHÉMATIQUES.

À l'école, nos enfants apprennent à compter, à calculer et à mesurer. Et, une fois apprises, ces techniques leur semblent « élémentaires ». Mais pour des novices, elles sont pleines de mystères.

Réciter des nombres devient une incantation, surtout quand on s'approche des grands nombres.

Compter jusqu'à cent est fatigant, mais jusqu'à mille, c'est une montagne entière qu'il faut escalader ! Alors, quel est le dernier nombre, le plus grand d'entre tous ?

ET S'IL
N'EXISTE PAS, QUEL
EST LE NOMBRE
AU BOUT ?



Comment est-ce que nous nommons les nombres, c'est-à-dire quelle est notre façon de les énoncer l'un après l'autre ? Peut-être que seulement quelques nombres suffisent. Il y a des animaux qui parviennent à reconnaître des groupes de nombres, jusqu'à cinq ou sept – et au-delà, ils les considèrent comme « beaucoup ». Mais si nous savons que les nombres s'enchaînent sans fin, nous ne pouvons pas inventer de nouveaux noms indéfiniment.

Le langage des Indiens Dakota n'était pas écrit.



Leur langage était sous forme de toile tissée avec des pictogrammes en encre noire. Chaque année, un nouveau pictogramme était ajouté pour consigner le principal événement de l'année écoulée.

La meilleure façon de nommer systématiquement les choses et les nombres, c'est d'avoir une **base**, c'est-à-dire un nombre qui sert à fixer le début d'un comptage. La base la plus simple est la base 2. Par exemple, les Gumulgals, peuplade indigène qui vivait en Australie, comptaient ainsi :

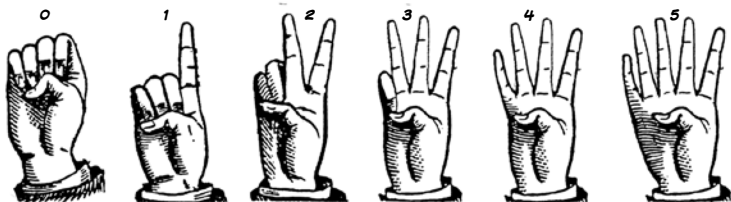
1 = *urapon*

2 = *ukasar*

3 = *urapon-ukasar*

4 = *ukasar-ukaser*





Les doigts aussi peuvent servir de base. Certains systèmes font appel à cinq doigts mais, plus couramment, on compte avec les dix doigts. Cependant, il existe bien d'autres bases, tel l'ancien système monétaire britannique où douze pennies valaient un shilling, puis vingt shillings une livre sterling, voire vingt-et-un shillings une guinée! Les caissières dans les magasins devaient avoir un livre de calculs et d'équivalence sous la main pour donner les prix.

Et quand, par exemple, les gens achetaient à crédit, ils pouvaient s'entendre dire que leur nouveau canapé au prix de 155 guinées pouvait être réglé en 104 échéances, chacune de une livre, quinze shillings et sept pennies et demi!



QUI
POUVAIT
CALCULER LE TAUX
D'INTÉRÊT AVEC
UN SYSTÈME
PAREIL?

PAS ÉTONNANT
QUE L'ON AIT
DONNÉ À CE SYSTÈME
LE SOBRIQUET DE
«NEVER-NEVER»
(JAMAIS-JAMAIS)
...

... SIGNIFIANT
QUE L'ON N'AVAIT
JAMAIS FINI DE
REMBOURSER
SON CRÉDIT.



La base 20 (les doigts des mains et des pieds?) est également assez courante. Les Yorubas d'Afrique l'utilisaient et passaient par la soustraction pour des nombres plus grands, mais toujours avec la même base. Ils avaient des noms différents pour les nombres de un (okan) à dix (eewa). À partir de onze et jusqu'à quatorze, ils additionnaient. Ainsi onze correspondait à « un de plus que dix » et quatorze à « quatre de plus que dix ». À partir de quinze, ils passaient à la soustraction. Ainsi, quinze était « vingt moins cinq » et dix-neuf était « vingt moins un », et jusque quatre-vingt-dix-neuf qui était « quatre-vingts plus vingt moins un ».



CEUX QUI
PASSENT PAR UN
ORDINATEUR SE SERVENT
EN RÉALITÉ DE LA
BASE 2.

Il n'existe pas de « meilleure base ». Nous pouvons juste penser à un système de numérotation ayant certains attributs : facile à mémoriser, simple pour nommer les éléments, utile pour faire des calculs, etc.



L'ÉCRITURE DES NOMBRES



Il était possible, bien sûr, de calculer au sein d'une culture sans écriture. Mais de tels calculs demandaient une grande mémoire et des talents particuliers. Au fur et à mesure que l'art de l'écriture s'est répandu, différents systèmes, parfois assez complexes, ont fait leur apparition.



Les Aztèques du Mexique possédaient un système de numérotage utilisant la base 20 comprenant quatre symboles.

Le 1 était un gros point, représentant un grain de maïs. ●

Le 20 était représenté par un drapeau. P

Le 400 était représenté par un plant de maïs. 𐀀

Le 8 000 était symbolisé par une poupée de maïs. 𐀁

Avec ces quatre symboles, les Aztèques parvenaient à représenter toutes sortes de nombres. Par exemple, le nombre 9 287 était représenté par :

$$8\ 000 + (3 \times 400) + (4 \times 20) + 7$$





0

1

2

2

3

3

4

4

5

5

6

6

7

7

8

8

9

9

10

10

11

11

12

12

13

13

14

14

15

15

16

16

17

17

18

18

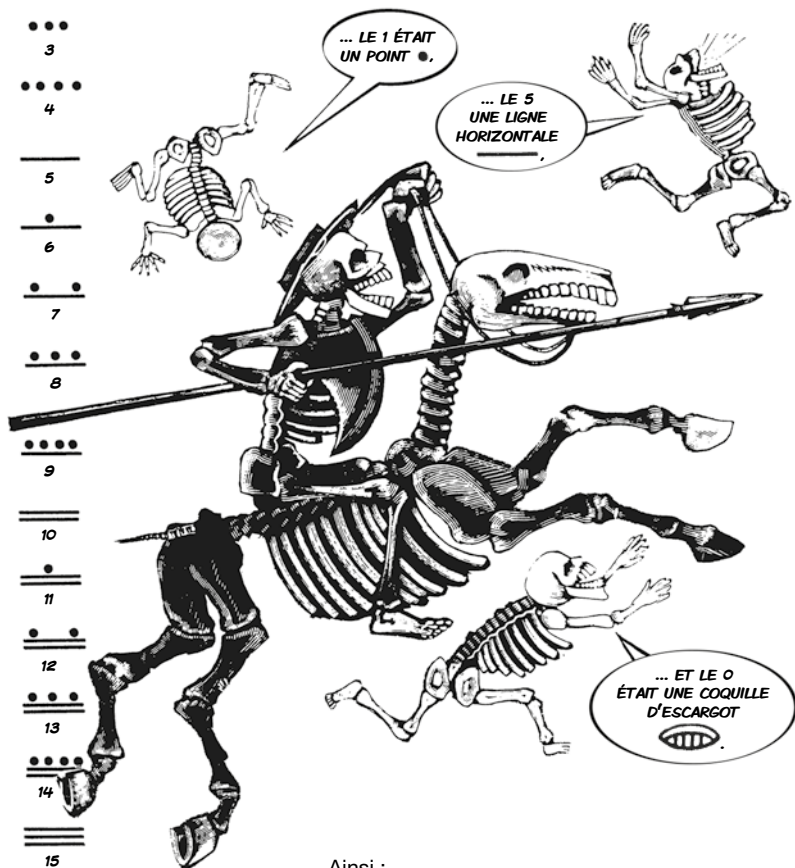
19

19

20

20

Les Mayas, civilisation précolombienne d'Amérique centrale, n'utilisaient que trois symboles pour leur système de numérotation :



Ainsi :

• • • représente 3

— — — représente 13

et vingt devenait






Les Égyptiens de l'Antiquité (c. 4000–3000 avant J.-C.) utilisaient un sous-ensemble de leurs hiéroglyphes pour écrire leurs nombres.





1	10	100	1000	10 000	100 000	1 000 000	10 000 000
1	∩	9	⌒	🐍	🐍	👤	☼


Les Babyloniens (c. 2000 avant J.-C.) se servaient d'un système en base 60 et de multiples de 60, avec les symboles suivants :

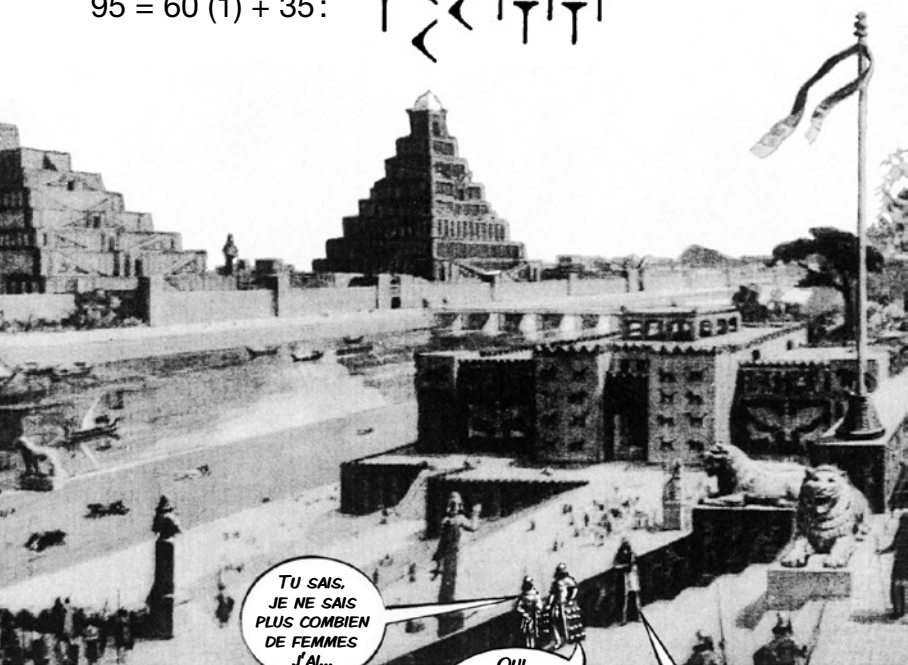
1  10  60  600  3600 

Plus tard, ils ont fait évoluer le système précédent, ne conservant que deux valeurs :

 pour le 1 (ou le 60 selon la position sur la ligne) et  pour le 10.

Ainsi, pour représenter 95, le scribe écrivait :

95 = 60 (1) + 35: 



TU SAIS,
JE NE SAIS
PLUS COMBIEN
DE FEMMES
J'AI...

OUI...
EN TANT QUE
BABYLONIEN, J'AI
PU FAIRE LA GRASSE
MATINÉE, PRESQUE
UNE HEURE ENTIÈRE
DANS MON LIT...

J'IRAI
ME POSTER EN
BAS DE NOTRE
ESCALIER!

Le système babylonien en base 60 (sexagésimal) est resté. Nos cercles ont 360°. Les heures ont 60 minutes et les minutes 60 secondes.

L'ancienne Chine (c. 1400–1100 avant J.-C.) utilisait une base 10 au début et des symboles de 1 à 10, pour 100, 1 000 et 10 000. Plus tard, vers

300 avant J.-C., les Chinois ont développé un système de bâtons (traits courts) pour écrire leurs nombres.



Les Chinois avaient réalisé, il est vrai, cette très belle invention qui place les symboles écrits dans un monde différent des noms des nombres. Il s'agissait d'un système de « valeur de position ». Le sens d'un nombre, en tant qu'expression de la quantité, dépendait de sa position dans un chapelet de nombres. Pour illustrer, un 2 pouvait prendre la valeur deux, vingt ou deux cents suivant sa place dans la séquence. Cela rendait inutile de nommer les bases plus élevées – nous savons bien que dans 234 le 2 correspond à 200.



Les Indiens (d'Inde) ont développé trois systèmes distincts de numérotation.

D'abord, les Kharosthi (c. 400-200 avant J.-C.) se servaient de symboles pour dix et vingt, les autres nombres jusqu'à cent se construisant par addition.

Puis, les Brahmi (c. 300 avant J.-C.) se sont servis de symboles distincts pour les chiffres un, quatre, neuf et dix, cent, mille et ainsi de suite.

Enfin, les Gwalior (c. 850) avaient adopté des symboles pour les nombres de un à neuf, mais aussi un symbole pour le zéro.



PENSEZ À
UN NOMBRE... TRÈS
BIEN. MAINTENANT
ON LE DOUBLE... ON
LE TRIPLE... ON LE
'QUADRUPLE'...

Les Indiens étaient très à l'aise avec les grands nombres. Les textes hindous fournissent des noms, tel parardha pour 1 000 000 000 000 (en sanskrit-hindi नमो वदिवद्भ्यः परार्धम्, le plus grand nombre mentionné dans le Narada Purana).

INDEX

- Abaque **39, 62**
- Achille **57**
- Aire (fonction de) **107**
- Aire **107**
- Aleph **133, 134**
- Algèbre **62, 71, 73, 77–81, 91**
- Algèbre de Boole **126–128**
- Algèbre de l'infini **101**
- Algorithmes **78**
- Alphabet phénicien **20**
- Analyse combinatoire **80**
- Analyse indéterminée **65**
- Analytique (géométrie) **93, 96, 102**
- Arabe ou Musulman **23**
- Archimède **61**
- Arithmétique **12**
- Art divinatoire **22**
- Asymétrie **99**
- Autel (géométrie de l') **69**
- Aztèques **13**
- Babbage, Charles **41**
- Babyloniens **1**
- Bases **9–12, 16, 17, 37, 100**
- Battani, al- **83**
- Berkeley, George **111–113**
- Bhaskara, II- **73**
- Bolyai, Janos **119**
- Brahmagupta **71**
- Calcul **39–41**
- Calcul de nombres entiers **70**
- Calcul différentiel **70, 73, 101–110**
- Calendrier **25**
- Cantor, George **154**
- Carré (cf. puissance)
- Carrés magiques **63**
- Certitude **154**
- Chaos (théorie du) **145**
- Chia Hwien **67**
- Chin Chiu Shao* **65**
- Chinois (anciens) **17–18**
- Chiu Chang **64**
- Chu Shih Chieh* **66**
- Codage, (cf. cryptographie)
- Comptage **7**
- Cônes (sections) **95**
- Confiance (limites), (cf. valeurs-p)
- Constantes **42, 94, 96, 99**
- Coordonnées (géométrie des) **93**
- Copernic, Nicolas **86**
- Cosinus **82, 99, 117**
- Cotangentes **83**
- Coudée (royale) **48**
- Courbes (propriétés), **94, 95, 105**
- Cryptographie **151**
- Cubes (nombres), (cf. puissances)
- Dakota (langage) **8**
- Davis, Philip **170**
- 'Dazzling', The **36**
- Defence of Freethinking... **112**
- Dénominations (grands nombres) **8**
- Dérivées **101**
- Descartes, René **91**
- Diderot, Denis **114**
- Différentiation **101, 102–104**
- Dimensions **120, 121**
- Diophante **87**
- Distance (fonction) **105**
- Égyptiens (Anciens) **15**
- Équations **42–47, 62, 69, 78**
- Équations cubiques **45**
- Équations linéaires **44, 45**
- Elements, The **59**
- Ellipse **94**
- Entiers **28, 87, 150**
- Erreurs (barres) **51**
- Ethno-mathématiques **166–167**
- Euclide **59–61**
- Euler (formule) **115–117**
- Euler, Leonhard **114**
- Exponentielle (fonction) **37, 99, 100**
- Fermat, Pierre de **150**
- Flatland* **121**
- Fonctions **117**
- Fonctions antisymétriques **99**

- Fonctions
 - constantes **99**
- Formalisme **122**
- Fractales (géométrie des) **143, 144**
- Fractions **28, 129–130**
- Galois,
 - Évariste **122–125**
- Géométrie **22**
- Genre **168**
- Géométrie **59, 118**
- Géométrie analytique
 - 93, 96, 102**
- Géométrie de l'autel **69**
- Géométrie des
 - coordonnées **93**
- Géométrie non
 - euclidienne **118**
- Germain, Sophie **168**
- Gödel, Kurt **138–140**
- Goldbach
 - (conjecture) **149**
- Grand nombres
 - 31–36, 69, 72**
- Graphes **94**
- Graphiques **106, 143**
- Graphiques **143**
- Grecs de l'Antiquité **20**
- Groupes (théorie des) **123–125**
- Hardy, G.H. **76**
- Hersh, Reuben **170**
- Hiéroglyphes **15**
- Hindous **69, 70**
- Hindous brahmiques **19**
- Hindous Gwalior **19**
- Hindous Kharosthi **19**
- Hyperbole **46, 95**
- Hypoténuse **29, 82**
- Identité **43**
- Indiens (Brahmis) **19**
- Indiens (invention du zéro) **24**
- Indiens (Yorubas) **11**
- Infini **129, 133, 134–137**
- Intégration **105**
- Intersection **125**
- Jain **72, 73**
- Joseph, George G. **165**
- Karaji, al- **80**
- Kashi, al- **81**
- Khayyam, Omar al- **81**
- Khuwarazmi,
 - Muhammad al- **78**
- Kuhn, T.S. **113**
- Leibniz, G.W., von
 - 40, 101, 108**
- Lemme Théorème
 - des **4** quatre couleurs **147, 148**
- Liu Hui **63**
- Lobachevski,
 - Nikolai **119**
- Logarithmes
 - (fonction) **100**
- Machine à
 - additionner **40**
- Machine à
 - différences **41**
- Mahaviracharya **72**
- Mandelbrot, Benoît **144**
- Mathématiques
 - (avenir des) **169, 170**
- Mathématiques
 - (conception des) **53**
- Mathématiques
 - (conception) **53**
- Mathématiques
 - (craintes) **6**
- Mathématiques
 - (crise) **135**
- Mathématiques
 - (effets de) **169, 70**
- Mathématiques (euro-centrisme) **164, 165**
- Mathématiques
 - (genre) **168**
- Mathématiques
 - (grecques) **54–61**
- Mathématiques
 - (pourquoi ce besoin ?) **4, 5**
- Mathématiques
 - chinoises **62–67**
- Mathématiques
 - indiennes **68–76**
- Mesures **48–53**
- Mesures impériales
 - (unités) **50**
- Milliard **31–33**
- Monuments et
 - mesures **52**
- Moteur de
 - recherche **41**